



Министерство образования и науки Самарской области
Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
Самарской области
«САМАРСКИЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ»
(ГБПОУ «СЭК»)

Г.А. Тюмченкова

РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ ПРЯМОГО БРУСА

Методические указания к выполнению расчётно-графической работы
по дисциплине «Техническая механика»
для студентов специальностей

08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений

13.02.03 Электрические станции сети и системы

13.02.01 Тепловые электрические станции

21.02.09 Гидрогеология и инженерная геология

Самара 2016

Методические указания к выполнению расчётно-графической работы по дисциплине *Техническая механика* /авт. Тюмченкова Г.А. – Самара: ГБПОУ «СЭК», 2016 – 14 с.

Издание содержит методические указания к выполнению расчётно-графической работы по дисциплине *Техническая механика*. Составлены в соответствии с требованиями к минимуму содержания и уровню подготовки выпускников специальностей 08.02.01, 13.02.03, 13.02.01, 21.02.09

Рассмотрено и рекомендовано к изданию методическим советом ГБПОУ «СЭК» (протокол № 2 от 20.09.2016 г.)

Рецензент:

Тышковская И.А. – преподаватель Самарского колледжа строительства и предпринимательства (филиал) ФГБОУ ВО национальный исследовательский «МГСУ»

Замечания, предложения и пожелания направлять в ГБПОУ «Самарский энергетический колледж» по адресу: 443001, г. Самара, ул. Самарская 205-А или по электронной почте info@sam-ek.ru

ВВЕДЕНИЕ

Методическая разработка составлена в соответствии с государственными требованиями к минимуму содержания и уровню подготовки выпускников заявленных специальностей и в объеме, соответствующем Рабочей программе дисциплины «Техническая механика».

Методическая разработка может быть использована преподавателем предмета «Техническая механика» для подготовки и проведения урока по теме «Растяжение и сжатие прямого бруса» и предназначена для самостоятельного изучения темы учащимися дневного и заочного отделения при подготовке к уроку или экзамену.

Тема «Растяжение и сжатие прямого бруса» включена во второй раздел программы дисциплины «Техническая механика» - «Сопротивление материалов» и ее изучение базируется на знании двух предшествующих тем: «Основные допущения о свойствах материалов и характере деформирования», «Силы внешние и внутренние. Определение внутренних сил методом сечений».

Методическая разработка включает в себя не только теорию вопроса, изложенную в доступной форме, но и пример выполнения практической работы. Для закрепления изученного материала предлагаются вопросы для самопроверки, ответы на которые определяют уровень подготовки по данной теме и 30 вариантов индивидуальных заданий для выполнения практической работы.

ОСЕВОЕ РАСТЯЖЕНИЕ (СЖАТИЕ)

Продольная сила

Осевым растяжением (сжатием) называется такой вид деформации бруса, при котором внутренние силы в его поперечных сечениях приводятся к одной равнодействующей силе N , направленной вдоль оси z . Эта сила называется продольной. Прямой брус, работающий на растяжение (сжатие), называется стержнем. Вертикально стоящий брус, предназначенный для восприятия сжимающей нагрузки от вышележащих конструкций, называется колонной или стойкой.

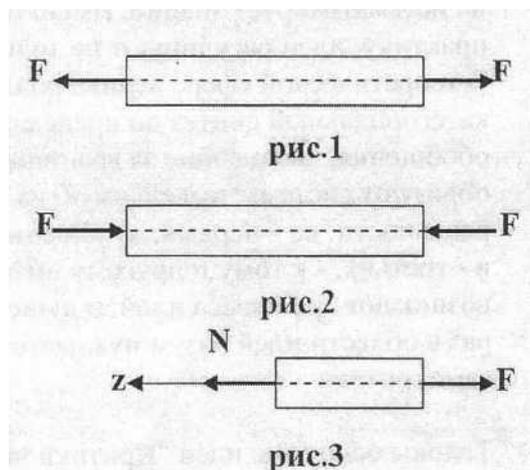
Брус растянут, если внешние силы F , приложенные к его концам, действуют вдоль оси бруса и направлены в стороны от бруса (рис.1).

При действии осевых нагрузок F , направленных к брус, он сжат (рис.2).

При таких нагружениях в поперечных сечениях возникает только внутренняя продольная сила N .

Продольную силу N определяют методом сечений.

Брус рассекают воображаемой плоскостью, перпендикулярной его оси, мысленно отбрасывают одну из



образовавшихся частей, а ее действие на оставшуюся часть заменяют неизвестной силой N (рис. 3). После этого составляют единственное уравнение равновесия оставшейся части бруса $\sum F_j^z = 0$, из которого и определяют значение N .

Правило знаков: силу N принято считать положительной при растяжении, т.е. когда она направлена от сечения. При сжатии, наоборот, продольная сила отрицательна и направлена к сечению.

В тех случаях, когда значения продольной силы в различных сечениях бруса неодинаковы, строят эпюру продольных сил, которая представляет собой график изменения силы N по длине бруса. Эпюра необходима для расчета бруса на прочность. Она позволяет быстро находить опасные сечения, т.е. сечения, где продольная сила достигает наибольших абсолютных значений.

При осевом растяжении (сжатии) в поперечных сечениях бруса возникают только нормальные напряжения σ . Для определения нормальных напряжений вводится упрощающая гипотеза плоских сечений (гипотеза Я.Бернулли), которая гласит: сечения бруса,

плоские и перпендикулярные его продольной оси до деформирования (рис.4а),

остаются плоскими и перпендикулярными оси в процессе деформирования (рис.4б). Исходя из того, что в растянутом (сжатом) брус

поперечные сечения остаются параллельными друг другу, можно предположить, что внутренние силы распределены по сечению равномерно (рис.5), а так как продольная сила N является равнодействующей внутренних сил в поперечном сечении, то нормальное напряжение в любой точке сечения можно определить по формуле:

$$\sigma = N / A \quad (1),$$

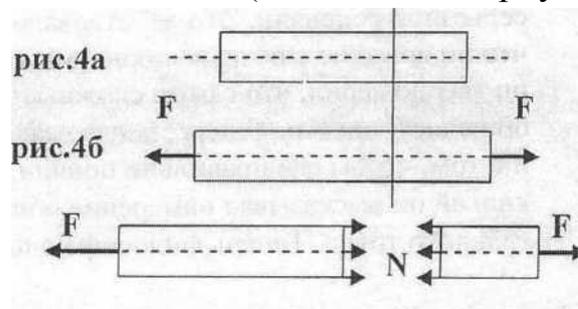
где A - площадь поперечного сечения.

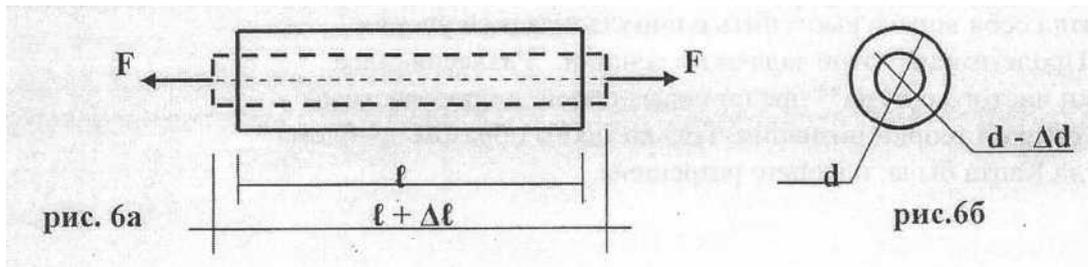
Нормальное напряжение направлено так же, как и продольная сила: при растяжении бруса - от сечения, при сжатии - к сечению.

В тех случаях, когда нормальные напряжения в различных сечениях бруса неодинаковы, строят эпюру нормальных напряжений, которая по аналогии с эпюрой N представляет собой график изменения напряжений σ по длине бруса.

Перемещения и деформации. Закон Гука

При растяжении бруса его первоначальная длина l увеличивается на Δl (рис.6а), а первоначальный поперечный размер d уменьшается на Δd (рис.6б)





Величина Δl называется абсолютным удлинением бруса, а величина Δd – абсолютным поперечным сужением. При сжатии бруса его длина укорачивается на Δl , а поперечный размер увеличивается на Δd .

О степени деформирования бруса нельзя судить по значениям Δl и Δd , так как они зависят не только от внешних сил, но и от начальных размеров бруса. Деформирование бруса при растяжении (сжатии) характеризуют величины _____

$$\varepsilon = + \Delta l / l \quad (2) \quad \text{и} \quad \varepsilon = + \Delta d / d ,$$

где ε - продольная деформация; ε - поперечная деформация бруса. ε и ε – величины безразмерные.

Экспериментально доказано, что продольная и поперечная деформации пропорциональны друг другу, т.е.

$$|\varepsilon| = \varphi |\varepsilon| ,$$

где φ - коэффициент Пуассона, зависящий от материала. Его значение колеблется в пределах $0 \dots 0.5$; для стали $\varphi = 0.25 \dots 0.3$.

В пределах упругих деформаций между нормальным напряжением и продольной деформацией существует прямо пропорциональная зависимость, носящая название закона Гука:

$$\sigma = E \varepsilon \quad (3)$$

Коэффициент пропорциональности E называется модулем продольной упругости, характеризует жесткость материала, измеряется в МПа.

Значения E для некоторых материалов (МПа):

Стали всех марок	$2,1 \cdot 10^5$
Медь техническая	$1,2 \cdot 10^5$
Бронза оловянистая	$1 \cdot 10^5$
Алюминиевые сплавы ..	$0,7 \cdot 10^5$
Каучук (резина)	7,85

Заменим в равенстве (3) ε выражением из формулы (2). Получим выражение:

$$\sigma = E \Delta l / l \quad (4)$$

Заменив в выражении (4) σ его выражением из формулы (1), получим

$$N / A = E \Delta l / l$$

Выразим величину Δl , получим $\Delta l = Nl / AE$ (5)

Продольная сила получилась положительной, следовательно, её первоначальное направление выбрано правильно и участок работает на растяжение. Полученное значение продольной силы справедливо на всём

протяжении нижнего участка, поскольку в любом его поперечном сечении удовлетворяется записанное уравнение равновесия.

Аналогично определим внутреннюю продольную силу N_2 в сечении 2-2 (рис.7б):

$$\sum F_{iy} = 0 \quad N_2 + F_2 - F_1 = 0$$

$$\text{откуда } N_2 = F_1 - F_2 = 30 - 80 = -50 \text{ кН.}$$

Продольная сила N_2 получилась отрицательной, следовательно, её первоначальное направление выбрано неправильно, и участок работает не на растяжение, а на сжатие.

Анализируя выражения усилий N_1 и N_2 , замечаем, что продольная сила в поперечном сечении прямого бруса численно равна алгебраической сумме проекций на его ось всех внешних сил, приложенных с одной стороны от рассматриваемого сечения.

Определим продольную силу N_3 в сечении 3-3 (рис.7в):

$$\sum F_{iy} = 0 \quad N_3 + F_2 - F_1 = 0$$

$$\text{откуда } N_3 = F_1 - F_2 = 30 - 80 = -50 \text{ кН (сжатие)}$$

Определим продольную силу N_4 в сечении 4-4 (рис.7г):

$$\sum F_{iy} = 0 \quad N_4 - F_3 + F_2 - F_1 = 0$$

$$\text{откуда } N_4 = F_3 - F_2 + F_1 = 100 - 80 + 30 = 50 \text{ кН (растяжение).}$$

Вычислив значения продольной силы на каждом участке, покажем её графическое изменение по длине бруса, называемое эпюрой N (рис.8). Для этого проводим параллельно оси бруса так называемую нулевую линию (ось эпюры) и откладываем перпендикулярно ей в выбранном масштабе найденные значения N : положительные - вправо, отрицательные - влево. Соединяем полученные точки прямыми, параллельными нулевой линии и заштриховываем линиями, перпендикулярными оси.

По построенной эпюре продольных сил N видно, что в сечениях, где приложены внешние силы, внутренняя сила N меняется скачкообразно, причём размер скачка равен соответствующей внешней силе. Скачок на уровне заделки характеризует значение реакции ($R = 50$ кН). Знак на верхнем участке свидетельствует о том, что реакция направлена вверх (от опорного сечения).

Построение эпюры нормальных напряжений σ .

$$\sigma_1 = N_1 / A_1 = 30 * 10^{-3} / 2 * 10^{-4} = 150 \text{ МПа}$$

$$\sigma_2 = N_2 / A_2 = -50 * 10^{-3} / 3 * 10^{-4} = -167 \text{ МПа}$$

$$\sigma_3 = N_3 / A_3 = -50 * 10^{-3} / 3.5 * 10^{-4} = -143 \text{ МПа}$$

$$\sigma_4 = N_4 / A_3 = 50 * 10^{-3} / 3.5 * 10^{-4} = 143 \text{ МПа}$$

Вычислив значения нормального напряжения на каждом участке бруса, покажем его графическое изменение по длине бруса, называемое эпюрой σ (рис.9). Эпюра нормальных напряжений σ строится по такому же принципу, что и эпюра продольных сил N . Каждая её ордината характеризует в принятом масштабе значение напряжения в соответствующем поперечном сечении бруса.

Построение эпюры перемещений λ

Определение перемещений необходимо начинать от неподвижного конца, т.е. от заделки. Перемещение сечения В верхнего участка (рис.7) равно абсолютному удлинению той части бруса, которая заключена между этим сечением и заделкой.

$$\lambda_{ОВ} = \lambda J_1 = N_1 J_1 / A_1 E = \sigma J_1 / E = 143 \cdot 0.2 / 2 \cdot 10^5 = 14.3 \cdot 10^{-5} \text{ м} = 0.143 \text{ мм}$$

Стоящее в знаменателе произведение AE называется жесткостью сечения бруса при растяжении (сжатии).

При решении некоторых практических задач возникает необходимость наряду с удлинением при растяжении (сжатии) учитывать также и температурные удлинения. В этом случае

$$\lambda J = N J / AE + at J,$$

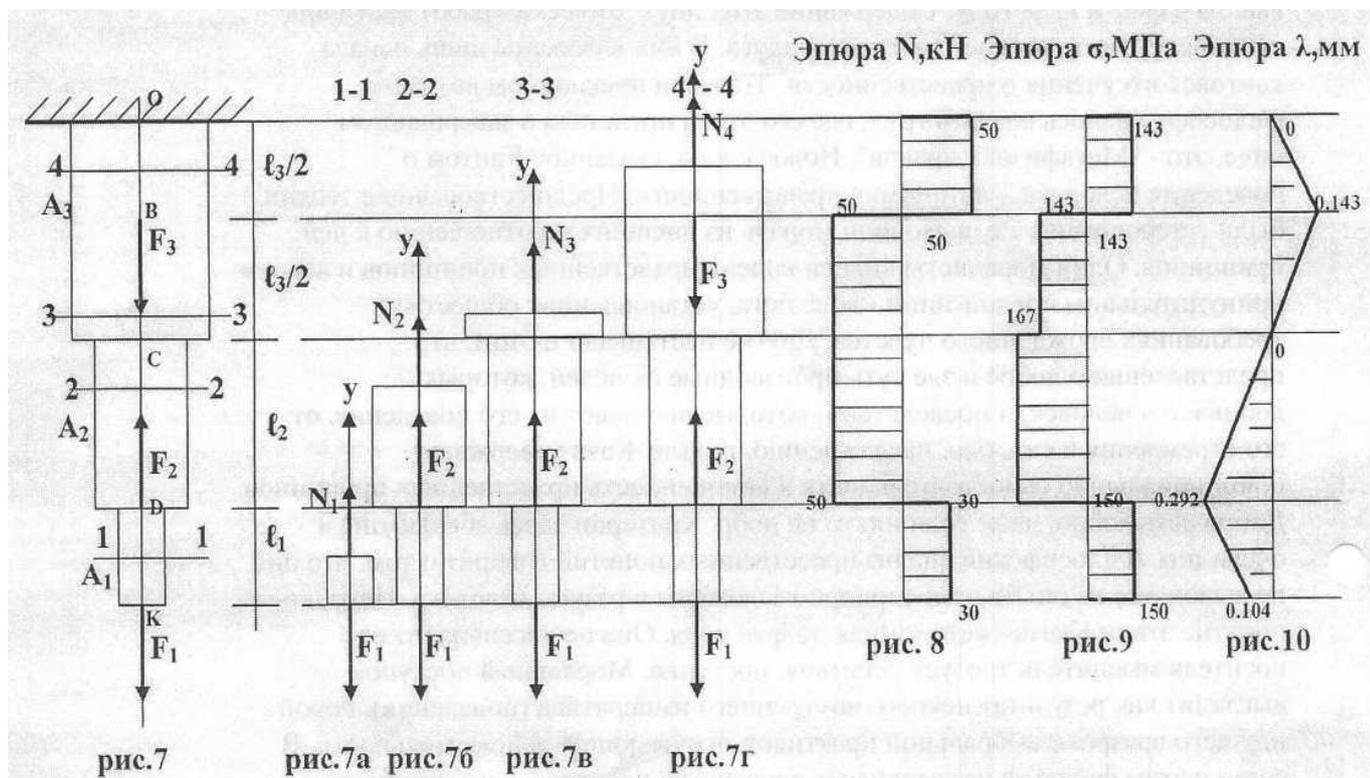
где a - коэффициент линейного расширения материала.

Пример выполнения практической работы по теме «Растяжение (сжатие)»

По оси трехступенчатого стального бруса приложены силы

$$F_1 = 30 \text{ кН}, F_2 = 80 \text{ кН}, F_3 = 100 \text{ кН}.$$

Ступени имеют длины: $J_1 = 0.25 \text{ м}$, $J_2 = 0.35 \text{ м}$, $J_3 = 0.4 \text{ м}$. Соответствующие площади поперечных сечений: $A_1 = 2 \text{ см}^2$, $A_2 = 3 \text{ см}^2$, $A_3 = 3.5 \text{ см}^2$. Построить эпюры продольных сил N , нормальных напряжений σ и перемещений X .



Решение

Построение эпюры внутренних продольных сил N

Разбиваем брус на 4 участка. Границами участков являются точки

приложения внешних сил F_1, F_2, F_3 и точки изменения поперечных сечений бруса. Расчет заземленного бруса целесообразно начинать со свободного конца, так как при этом отпадает необходимость в предварительном определении реакции заделки. Пользуясь методом сечений, мысленно разрезаем брус по сечению 1-1 нижнего участка и отбрасываем верхнюю часть, заменяя её действие на оставшуюся нижнюю неизвестной продольной силой N_1 (рис.7а).

Предполагая, что эта сила направлена от сечения (т.е. рассматриваемый участок растянут), составляем уравнение равновесия нижней части:

$$\sum F_{iv} = 0 \quad N_1 - F_1 = 0 ,$$

$$\text{откуда} \quad N_1 = F_1 = 30 \text{ кН.}$$

Перемещение сечения С (рис.7) относительно заделки складывается из перемещения этого сечения относительно сечения В (абсолютное удлинение λ_{J_3}) и перемещение сечения В относительно заделки (λ_{J_4}).

$$\lambda_{J_3} = N_3 J_3 / 2 / A_3 E = \sigma_3 J_3 / 2 / E = -143 * 0.2 / 2 * 10^5 \text{ м} = - 0.143 \text{ мм}$$

$$\lambda_{oc} = \lambda_{J_4} + \lambda_{J_3} = 0.143 - 0.143 = 0$$

Перемещение сечения D (рис.7) относительно заделки складывается из перемещения этого сечения относительно сечения С (абсолютное удлинение λ_{J_2}), перемещения этого сечения относительно сечения В (абсолютное удлинение

$\lambda_{J_2} + \lambda_{J_3}$) и относительно заделки ($\lambda_{J_2} + \lambda_{J_3} + \lambda_{J_4}$):

$$\lambda_{J_2} = N_2 J_2 / A_2 E = \sigma_2 J_2 / E = -167 * 0.35 / 2 * 10^5 = -29.2 * 10^{-5} \text{ м} = - 0.292 \text{ мм}$$

$$\lambda_{OD} = \lambda_{J_2} + \lambda_{J_3} + \lambda_{J_4} = 0 - 0.292 = - 0.292 \text{ мм}$$

Перемещение сечения К (рис.7) относительно заделки: $\lambda_{OK} = \lambda_{OD} + \lambda_{J_1}$

$$\lambda_{J_1} = N_1 J_1 / A_1 E = \sigma_1 J_1 / E = 150 * 0.25 / 2 * 10^5 = 18.8 * 10^{-5} \text{ м} = 0.188 \text{ мм}$$

$$\lambda_{OK} = - 0.292 + 0.188 = - 0.104 \text{ мм}$$

Вычислив значения перемещений сечений X, покажем графическое изменение перемещения по длине бруса, называемое эпюрой X (рис. 10). Для этого проводим параллельно оси бруса нулевую линию и откладываем перпендикулярно ей в выбранном масштабе найденные значения X: положительные — вправо, отрицательные — влево. Соединяем полученные точки

прямыми наклонными линиями, указываем алгебраические знаки и значения.

Ответ: Брус укоротился на $\lambda_{J} = 0.104 \text{ мм}$

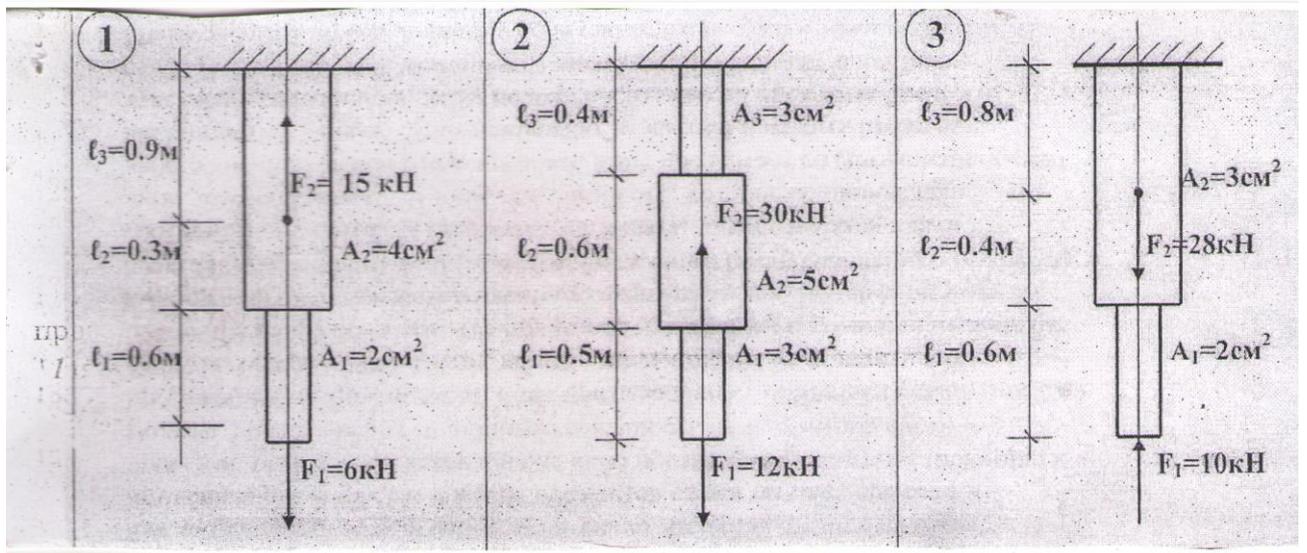
Вопросы для самопроверки

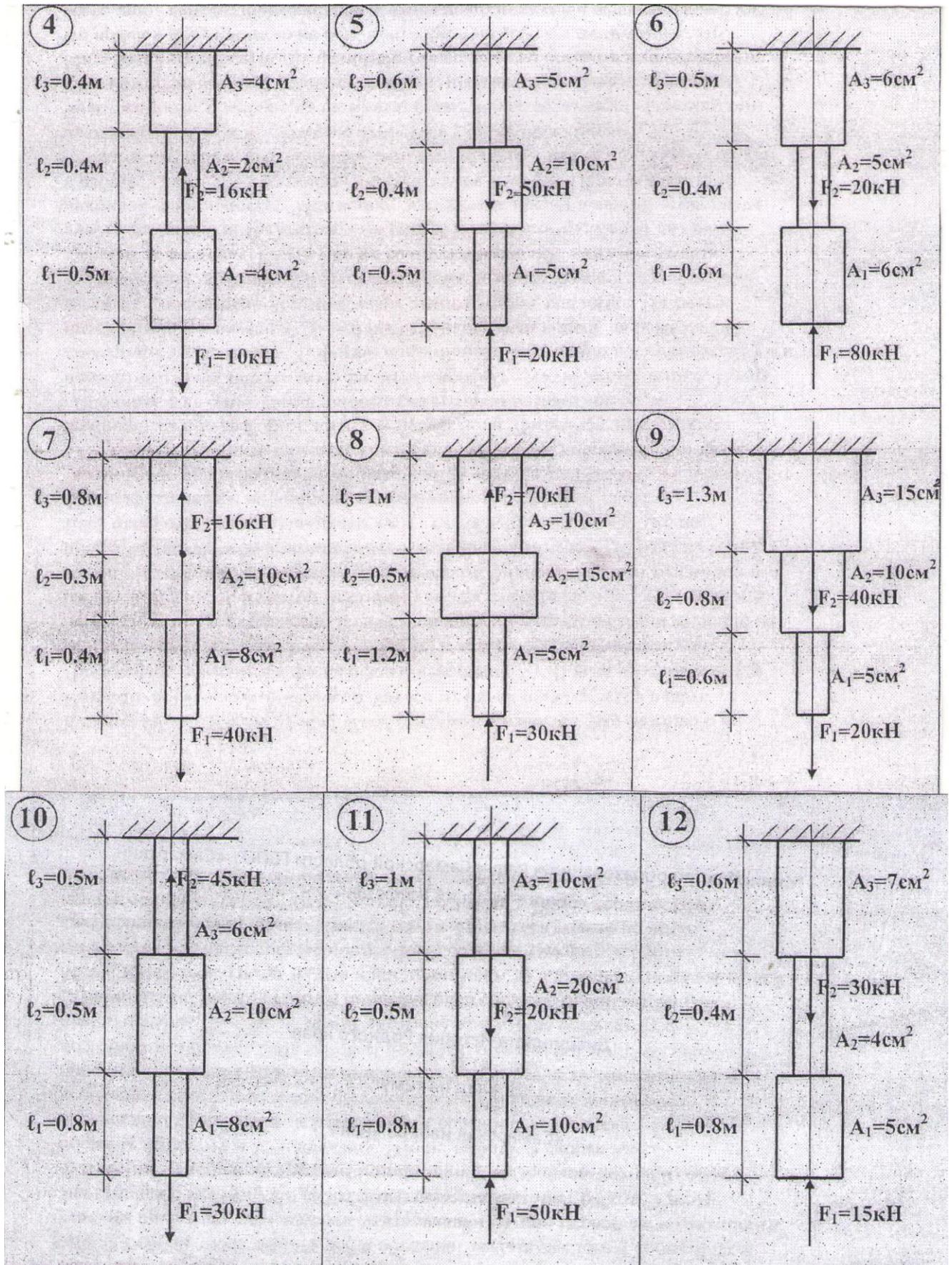
1. Какие внутренние силовые факторы возникают в сечении бруса при растяжении и сжатии?
2. Как распределяются по сечению силы упругости при растяжении и сжатии? (Использовать гипотезу плоских сечений).

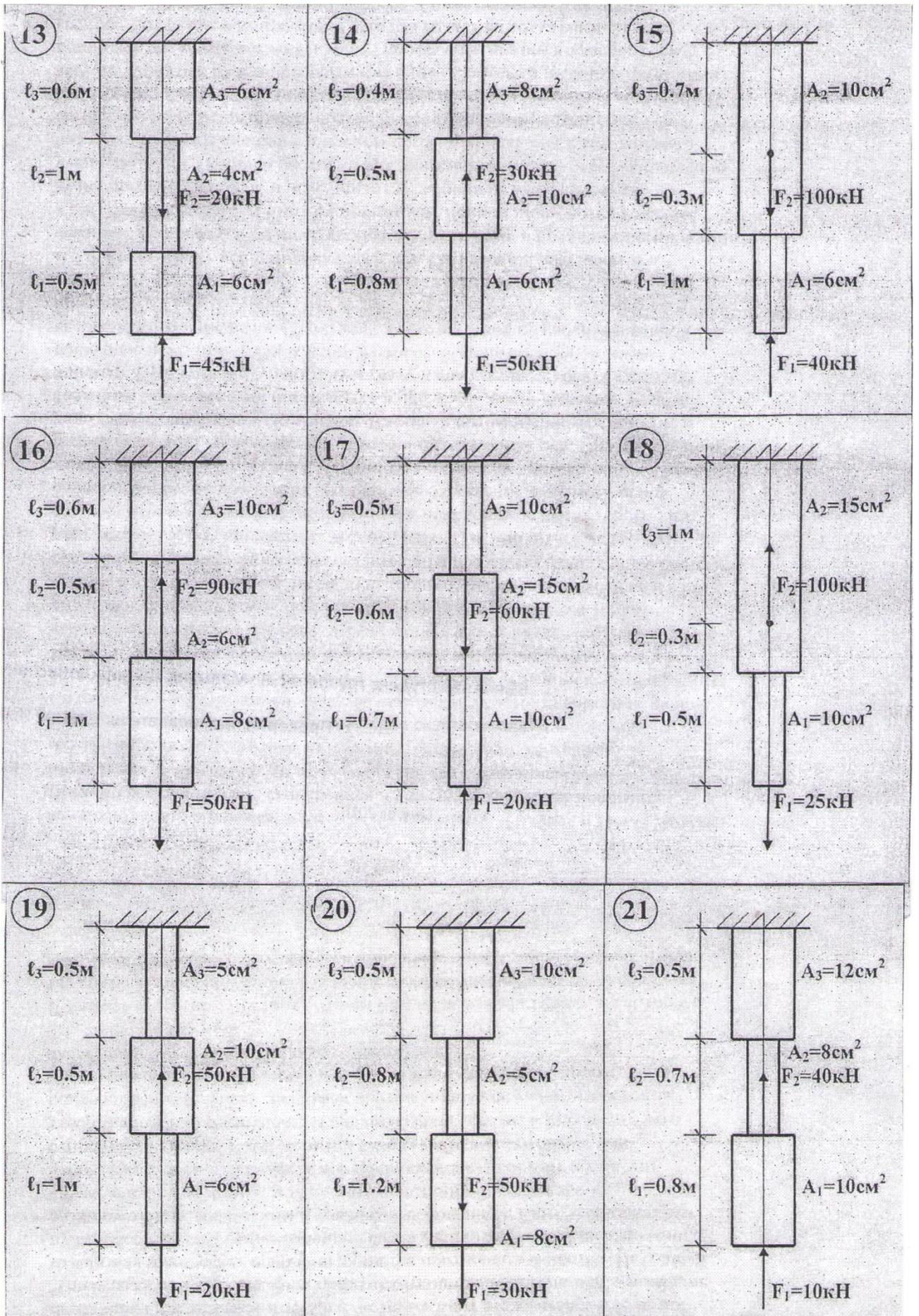
3. Какого характера напряжения возникают в поперечном сечении при растяжении и сжатии: нормальные или касательные?
4. Как распределены напряжения по сечению при растяжении и сжатии?
5. Как определяется внутренняя продольная сила в любом поперечном сечении бруса при растяжении или сжатии?
6. Запишите формулу для расчета нормальных напряжений при растяжении и сжатии?
7. Как назначаются знаки продольной силы и нормального напряжения?
8. Что показывает эпюра продольной силы?
9. Как изменится величина напряжения, если площадь поперечного сечения возрастет в 4 раза?
10. В каких единицах измеряется напряжение?
11. Что называется абсолютным удлинением бруса при растяжении и сжатии?
12. Стальной стержень длиной 1.5 м вытянулся под нагрузкой на 3 мм. Чему равно абсолютное удлинение бруса? Чему равно абсолютное сужение? ($\nu=0,25$).
13. Что называется коэффициентом Пуассона? Единица измерения коэффициента Пуассона? От чего зависит его величина?
14. Сформулируйте закон Гука в современной форме при растяжении и сжатии.
15. Что характеризует модуль продольной упругости материала? Обозначение модуля упругости. Какова единица измерения модуля упругости?
16. Запишите формулы для определения удлинения бруса. Что характеризует произведение $A\epsilon$ и как оно называется?
17. Как определяют абсолютное удлинение ступенчатого бруса, нагруженного несколькими силами?
18. Как строится эпюра перемещений сечений?

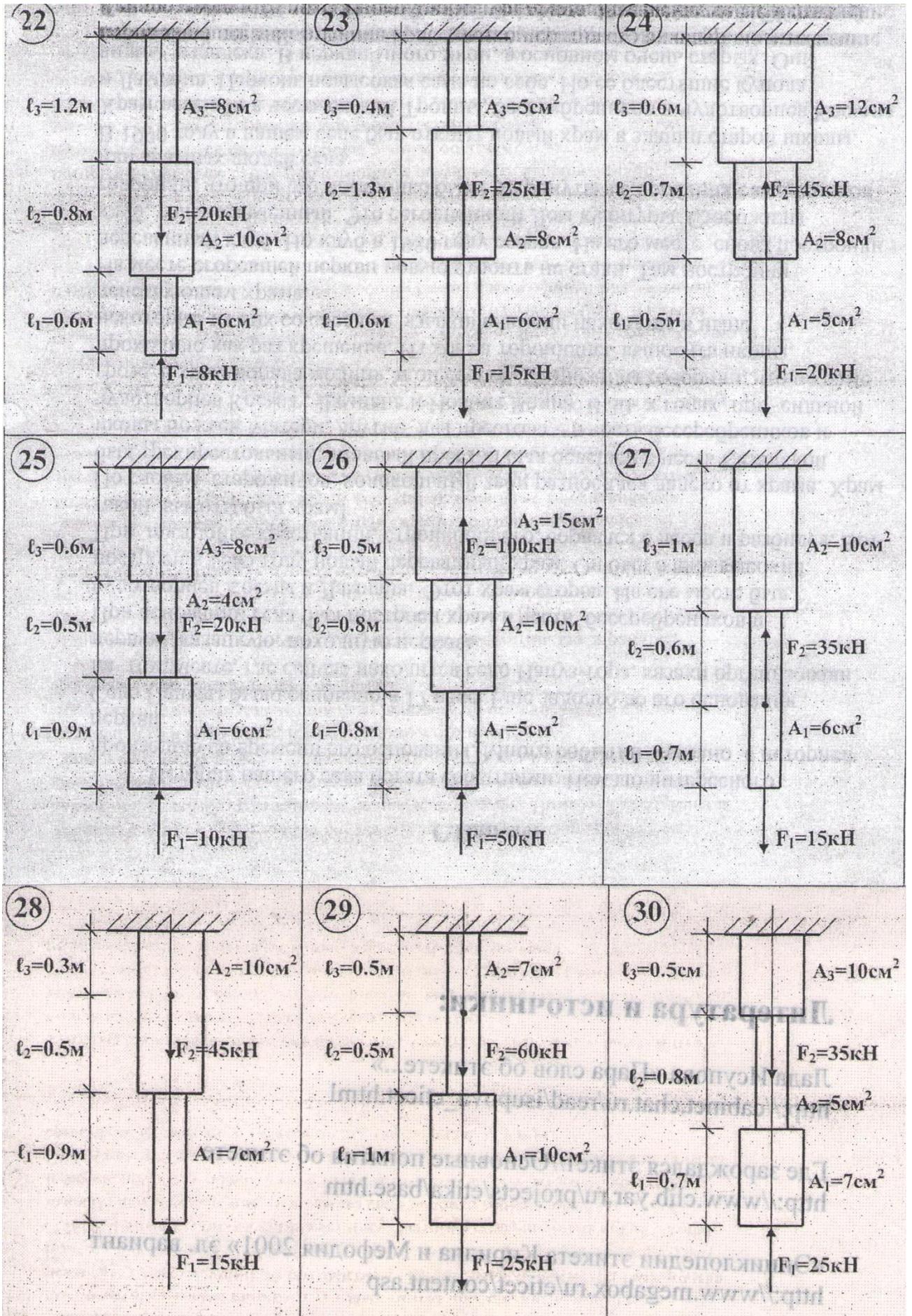
Задания для выполнения практической работы
по теме «Растяжение - сжатие»

Для прямого ступенчатого бруса определить значения внутренних продольных сил N , нормальных напряжений σ , абсолютного удлинения бруса Δl и построить эпюры N , σ и перемещений сечений X .









СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ И ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сафонова Г.Г., Артюховская Т.Ю., Ермаков Д.А. Техническая механика: Учебник. – М.: ИНФРА-М, 2009. – 320 с.
2. Олофинская В.П. Техническая механика: курс лекций с вариантами тестовых заданий: Учебное пособие. – М.: ФОРУМ ИНФРА-М, 2005. – 340 с.
3. А.И. Аркуша Техническая механика. Теоретическая механика и сопротивление материалов. – М.: «Высшая школа», 1989
4. Л. П. Портаев, А.А. Петраков Техническая механика. – М.: Стройиздат, 1987

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
Осевое растяжение (сжатие)	3
Пример выполнения практической работы по теме «Растяжение (сжатие)»	7
Задания для выполнения практической работы по теме «Растяжение - сжатие»	9
Задания для выполнения самостоятельной работы	10
Список рекомендуемой и использованной литературы	13